

1. Deux équipes de footballeurs de 22 et 25 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match. Chaque joueur d'une équipe serre une seule fois la main de chaque joueur de l'autre équipe.

Affirmation 1

47 poignées de mains ont été échangées.

Chaque joueur de l'équipe de 22 joueurs serre 25 mains; cela fait donc en tout 22×25 soit 550 poignées de main.

Affirmation 1 fausse

2. Une course oppose 18 concurrents. On récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun.

Affirmation 2

Il y a 4 896 possibilités de distribuer ces prix.

Comme on récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun, il faut chercher le nombre d'ensembles à 3 éléments parmi 18 soit : $\binom{18}{3} = 816$.

Affirmation 2 fausse

3. Une association organise une compétition de course de haies qui permettra d'établir un podium (le podium est constitué des trois meilleurs sportifs classés dans leur ordre d'arrivée). Sept sportifs participent au tournoi. Jacques est l'un d'entre eux.

Affirmation 3

Il y a 90 podiums différents dont Jacques fait partie.

Jacques est sur le podium donc il a décroché une des 3 premières places.
Si Jacques finit 1^{er}, il y a 6 possibilités pour le 2^e et 5 possibilités pour le 3^e; cela fait 30 podiums.
Si Jacques finit 2^e, il y a 6 possibilités pour le 1^{er} et 5 possibilités pour le 3^e; cela fait 30 podiums.
Si Jacques finit 3^e, il y a 6 possibilités pour le 1^{er} et 5 possibilités pour le 2^e; cela fait 30 podiums.
Il y a 90 podiums différents dont Jacques fait partie.

Affirmation 3 vraie

4. Soit X_1 et X_2 deux variables aléatoires de même loi donnée par le tableau ci-dessous :

x_i	-2	-1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,2

On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes et on considère Y la variable aléatoire somme de ces deux variables aléatoires.

Affirmation 4

$$P(Y = 4) = 0,25.$$

Les variables aléatoires X_1 et X_2 sont indépendantes donc

$$P((X_1 = x_i) \cap (X_2 = x_j)) = P(X_1 = x_i) \times P(X_2 = x_j).$$

L'événement $(Y = 4)$ est réalisé dans 3 cas disjoints :

$(X_1 = -1$ et $X_2 = 5)$, $(X_1 = 2$ et $X_2 = 2)$, $(X_1 = 5$ et $X_2 = -1)$.

$$P(Y = 4) = P((X_1 = -1) \cap (X_2 = 5)) + P((X_1 = 2) \cap (X_2 = 2)) + P((X_1 = 5) \cap (X_2 = -1))$$

$$= P(X_1 = -1) \times P(X_2 = 5) + P(X_1 = 2) \times P(X_2 = 2) + P(X_1 = 5) \times P(X_2 = -1)$$

$$= 0,4 \times 0,2 + 0,3 \times 0,3 + 0,2 \times 0,4 = 0,25.$$

Affirmation 4 vraie

5. Un nageur s'entraîne dans l'objectif de parcourir le 50 mètres nage libre en moins de 25 secondes. Au fil des entraînements, il s'avère que la probabilité qu'il y parvienne s'établit à 0,85. Il effectue, sur une journée, 20 parcours chronométrés sur 50 mètres. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où il nage cette distance en moins de 25 secondes lors de cette journée.

On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,85$.

Affirmation 5

Sachant qu'il a atteint au moins 15 fois son objectif, une valeur approchée à 10^{-3} de la probabilité qu'il l'ait atteint au moins 18 fois est 0,434.

$$\text{La probabilité cherchée est : } P_{(X \geq 15)}(X \geq 18) = \frac{P((X \geq 15) \cap (X \geq 18))}{P(X \geq 15)} = \frac{P(X \geq 18)}{P(X \geq 15)}$$

À la calculatrice, on trouve :

$$P(X \geq 15) \approx 0,9327 \text{ et } P(X \geq 18) \approx 0,4049 \text{ donc } \frac{P(X \geq 18)}{P(X \geq 15)} \approx 0,434.$$

Affirmation 5 vraie